Probabilidad de eventos compuestos

Sesión 12

Me activo y me concentro

Tripas de gato 5 minutos

Indicaciones: El docente anotará una serie de letras en el pizarrón y los estudiantes deberán calcular varias probabilidades.

El docente escribirá en el pizarrón las letras de la palabra "probabilidad" en desorden y los estudiantes tendrán que calcular las siguientes probabilidades:

P (de escoger la letra P)

P (de escoger una vocal)

P (de escoger la letra F)

Lo que sé del tema

Lluvia de ideas 5 minutos

Indicaciones: Unos estudiantes harán preguntas relacionadas con el tema y los demás responderán lo que saben.

¿Qué significa el término *probabilidad*?

Si se lanzan dos monedas al aire, ¿el resultado de un volado influye en el resultado del otro?

¿Cuántos resultados posibles crees que hay cuando tiras dos dados y sumas sus resultados?

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Aprendo más

Probabilidad de eventos compuestos 20 minutos

Indicaciones: Los alumnos y el docente leerán y analizarán el tema "Probabilidad de eventos compuestos".

Recuerda que para calcular la probabilidad de un evento cualquiera hay que encontrar el cociente del número de resultados favorables al evento entre el número de resultados posibles. Se llaman "favorables" los resultados que estamos analizando y/o los que ocurrieron en un experimento.

$$P(A) = \frac{resultados\ favorables}{resultados\ posibles}$$

Ejemplo:

Calcular la probabilidad de obtener un número primo al lanzar un dado de seis caras.

Resultados favorables: 2, 3 y 5, que son los números primos entre 1 y 6

Resultados posibles: 1, 2, 3, 4, 5 y 6

$$P\ (número\ primo) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Al conjunto de todos los resultados posibles de un evento o de un experimento aleatorio se le llama **espacio muestral.** En el ejemplo anterior, el espacio muestral de lanzar un dado está formado por los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

A veces un experimento aleatorio puede estar conformado por dos o más experimentos simples, como, por ejemplo, lanzar una moneda al aire y después otra; tirar primero un dado y luego otro; girar una pirinola de números y luego otra de colores. Estos experimentos se conocen como **experimentos compuestos.**

Para conocer el **espacio muestral** de experimentos compuestos formados por dos experimentos aleatorios podemos usar una **tabla de doble entrada**. Ésta permite registrar los datos que se obtienen.

Material de Uso exclusivo Digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Ejemplo:

Construir la tabla de doble entrada para el lanzamiento de dos monedas.

Sabemos que los posibles resultados de lanzar una moneda son águila (A) y sol (S).

Para construir la tabla de doble entrada, ponemos en la primera columna los resultados de lanzar la primera moneda y en la primera fila los resultados de lanzar la segunda moneda.

Primera moneda	Segunda moneda		
		A	S
	A		
	S		

Para completar la tabla, ponemos los resultados de ambos lanzamientos en las celdas correspondientes:

Primera moneda	Segunda moneda		
		A	S
	A	A, A	A, S
	S	S, A	S, S

Como podemos observar en la tabla, el espacio muestral de este experimento tiene 4 posibles resultados y, a partir de ellos, podemos calcular diferentes probabilidades.

Ejemplo:

Calcular la probabilidad de obtener águila y sol en cualquier orden al lanzar dos monedas al aire.

Observa en la tabla que hay dos casos favorables, A,S y S,A. Entonces:

$$P\ (del\ evento) \quad = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Material de uso exclusivo digital
Prohibido su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

También podemos calcular probabilidades si tenemos una tabla de doble entrada con los datos de dos experimentos aleatorios simples.

Ejemplo:

En un bote hay piezas de madera de diferentes colores y figuras geométricas. La siguiente tabla de doble entrada muestra el número de figuras que hay de cada tipo.

		Figura		
Color		Cuadrado	Triángulo	Círculo
	Azul	6	2	5
	Rojo	8	9	10

1. Encuentra la probabilidad de sacar del bote un círculo azul.

Primero tenemos que calcular cuántos eventos posibles hay, es decir, cuántas piezas de madera hay en el bote que corresponde al espacio muestral. Para encontrar el resultado, sumamos todas las piezas:

$$6 + 2 + 5 + 8 + 9 + 10 = 40$$

A continuación, buscamos en la tabla la celda correspondiente al círculo azul. Ésta contiene los casos favorables, que son 5. Para calcular la probabilidad del experimento sustituimos los valores:

$$P\ (del\ evento) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

2. Encuentra la probabilidad de sacar del bote un triángulo sin importar su color.

Para encontrar los casos favorables sumamos el número de triángulos azules y rojos:

$$2 + 9 = 11$$

Y sustituimos los valores:

$$P\ (del\ evento) = \frac{11}{40}$$

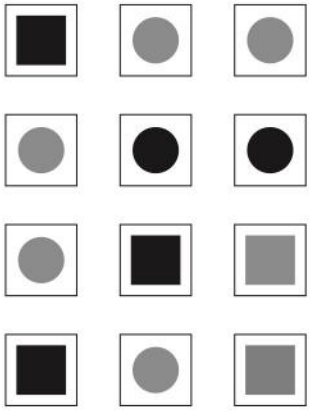
Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Aplico lo aprendido

Resolución de ejercicios 15 minutos

Indicaciones: Los alumnos responderán las preguntas y el docente verificará las respuestas. En caso de que haya errores, razonarán juntos al respecto.

1. Arturo tiene un juego de 12 cartas, como el que se muestra en la imagen.



A) Construye una tabla de doble entrada para representar la información que contiene la imagen.

B) Completa la tabla con la información de la imagen.

		Figura	
		Círculo	Cuadrado
Color	Negro	2	3
	Gris	5	2

C) Encuentra la probabilidad de tomar una carta al azar y que ésta sea:

- Gris $\frac{7}{12}$
- Un círculo $\frac{7}{12}$
- Un cuadrado gris $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
- Un círculo negro $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

2. La siguiente tabla de doble entrada tiene información incompleta acerca del medio de transporte que usan 100 personas para ir a la escuela.

	A pie	Bicicleta	Otro	Taxi
Niñas	15	25	14	54
Niños	22	8	16	46
Total	37	33	30	100

A) Completa la información de la tabla.

B) Encuentra la probabilidad de que una persona escogida al azar:

A) Vaya a pie a la escuela $\frac{37}{100}$

B) No vaya a pie ni en bicicleta a la escuela $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

C) Sea niño y vaya en bicicleta a la escuela $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

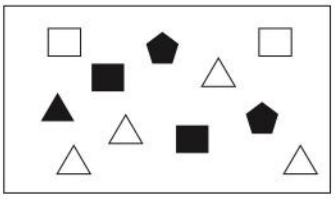
D) Sea niña y vaya en bicicleta a la escuela $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Practico en casa

Indicaciones: Los estudiantes resolverán los ejercicios que se presentan a continuación.

1. **El siguiente diagrama muestra las figuras que hay en una bolsa.**



A) **Construye una tabla de doble entrada con el color de las figuras (blanca y negra) en las filas y el número de lados de las figuras (3, 4 y 5) en las columnas.**

B) **Completa la tabla de doble entrada con base en la información del diagrama.**

		Color	
		Blanco	Negro
Número de lados	3	4	1
	4	2	2
	5	0	2

C) **Si Mariana toma una figura de la bolsa, encuentra la probabilidad de que:**

1. **La figura sea negra** $\frac{5}{11}$
2. **La figura tenga 3 lados** $\frac{5}{11}$
3. **La figura sea blanca y de 4 lados** $\frac{2}{11}$
4. **La figura sea negra y de 5 lados** $\frac{2}{11}$

2. **La siguiente tabla de doble entrada muestra las preferencias de los estudiantes de segundo de secundaria sobre las materias de ciencias.**

	Biología	Química	Física	Total
Niñas	21	26	26	73
Niños	25	31	47	103
Total	46	57	73	176

A) **Escribe los números que faltan para que la tabla esté completa.**

B) **Encuentra la probabilidad de que un estudiante escogido al azar:**

A) **Prefiera la materia de Biología** $\frac{46}{176} = \frac{23}{88}$

B) **Prefiera la materia de Química** $\frac{57}{176}$

C) **Prefiera la materia de Física** $\frac{73}{176}$

D) **Sea niña y le guste Física** $\frac{26}{176} = \frac{13}{88}$

E) **Sea niño y le guste Biología** $\frac{25}{176}$

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Repasamos juntos

Preguntas y respuestas 5 minutos

Indicaciones: Mediante preguntas y casos cotidianos, el docente verificará que los estudiantes hayan comprendido el tema. A continuación se muestran algunos ejemplos con sugerencias de respuesta.

PREGUNTA	SUGERENCIA DE RESPUESTA
¿Qué es la probabilidad?	Es la factibilidad de que suceda o no suceda un evento, por ejemplo, de que llueva o no llueva.
¿Qué significa azar?	Se refiere a un evento que puede suceder de forma imprevista.
¿Para qué sirve una tabla de doble entrada?	Para encontrar el espacio muestral de dos eventos compuestos.
¿Qué significa probabilidad cero?	Que el evento cuya probabilidad se está calculando no tiene eventos favorables.

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Cálculo de las medidas de tendencia central y el rango

Sesión 13

Me activo y me concentro

El pueblo manda 5 minutos

Indicaciones: El docente dará las indicaciones y coordinará la siguiente actividad grupal.

El docente avisará a los alumnos que dará diferentes órdenes. Todos deberán cumplirlas sólo si antes ha dicho la frase "el pueblo manda"; por ejemplo, "el pueblo manda que se pongan de pie". Perderán quienes no cumplan la orden o quienes obedezcan sin que se haya dicho la frase. Luego, el docente escogerá a un estudiante para que dé las órdenes y se repita la dinámica. Las órdenes se darán de manera rápida para que el ejercicio fluya.

Lo que sé del tema

Mis calificaciones 5 minutos

Indicaciones: Los estudiantes harán la actividad que indique el docente.

El docente copiará la siguiente tabla en el pizarrón:

Temperatura en la escuela al mediodía durante las dos primeras semanas de mayo

Temperatura	Frecuencia
24 °C	|||
26 °C	||
28 °C	||||
30 °C	|

Luego, pedirá al grupo que saque conclusiones al respecto. Para guiar a los alumnos, puede preguntarles cuál fue la temperatura más frecuente, cuál fue la diferencia de temperaturas y cuál fue el promedio de la temperatura.

Material de uso exclusivo digital
Prohibido su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Aprendo más

Cálculo de las medidas de tendencia central y el rango 20 minutos

Indicaciones: Los alumnos y el docente leerán y analizarán el tema.

Actualmente nos encontramos con muchas situaciones en las que, para tomar decisiones, tenemos que recolectar y analizar grandes cantidades de datos. Las medidas estadísticas nos ayudan a hacer inferencias sobre grupos de datos y a compararlos con otros, como en el caso de las preferencias de consumo de distintas marcas de un mismo producto. Las medidas de tendencia central —la media o promedio, la mediana y la moda— son herramientas matemáticas que usamos para analizar los datos. Estas medidas se calculan de forma distinta y, según la situación que estemos analizando, una puede ser más útil que las otras; también se pueden complementar entre ellas para interpretar mejor los datos.

La **media**, también conocida como promedio, es la suma de todos los datos dividida entre el número total de éstos.

La **mediana** es el valor central de un conjunto de datos ordenado de menor a mayor.

La **moda** está definida como el valor de la variable estadística que aparece el mayor número de veces o que tiene la frecuencia más alta en un conjunto de datos. Si hay varias variables con la misma frecuencia, entonces se dice que el conjunto de datos tiene varias modas o es plurimodal. Si todas las variables aparecen el mismo número de veces, entonces no existe la moda y se dice que la muestra es amodal.

Ejemplo:

Encuentra la moda, la media y la mediana de la siguiente lista de números: 10, 12, 13, 15, 15, 17, 19, 20, 20, 20, 21, 25, 25, 25, 25.

Para calcular las medidas de tendencia central, vamos a acomodar los datos en una tabla de frecuencia. La tabla de frecuencia permite ordenar los datos para facilitar los cálculos posteriores.

Valor	10	12	13	15	17	19	20	21	25	Total
Frecuencia	1	1	1	2	1	1	3	1	4	15

La **moda** es **25** dado que es el valor que aparece el mayor número de veces.

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Para calcular la **media**, sumamos todos los valores y dividimos la suma entre el total de valores:

$$\overline{x} = \frac{10 + 12 + 13 + 2(15) + 17 + 19 + 3(20) + 21 + 4(25)}{15} = 18.8$$

Como podemos observar, los datos ya están acomodados de menor a mayor, lo que permite calcular la **mediana** ubicando el valor central, que corresponde al 20. Para comprobarlo, sustituimos los valores en la fórmula:

$$Me = \frac{15 + 1}{2} = 8$$

El 8 representa la posición que corresponde a la mediana en la lista ordenada de datos, y en dicha posición se encuentra el 20.

El **rango**, por su parte, nos ayuda a ver cómo se extienden los datos, es decir, el espacio que hay entre el número mayor y el menor dentro de un conjunto de datos. Para calcularlo, se resta el valor mínimo del valor máximo del conjunto de datos.

Ejemplo:

Encuentra el rango del siguiente conjunto de datos: 62, 88, 20, 37, 105, 39, 22, 93.

Observa que el valor máximo es 105 y que el valor mínimo es 20. Entonces:

Rango = 105 – 20 = 85

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

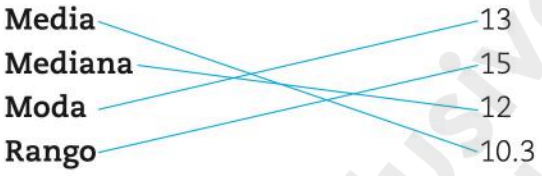
Aplico lo aprendido

Resolución de ejercicios 20 minutos

Indicaciones: Los estudiantes harán los ejercicios que se presentan a continuación.

1. **Diez alumnos participaron en un concurso de matemáticas y obtuvieron los siguientes resultados sobre 20: 11, 6, 7, 13, 1, 13, 16, 7, 13, 6**

   Une con una línea el resultado correcto para cada una de las medidas centrales.



2. **Eugenia juntó 20 hojas de árboles de distintos tamaños y en su libreta anotó la medida en centímetros de cada una. Sus resultados fueron 5, 6, 5, 2, 4, 5, 8, 7, 5, 4, 7, 6, 4, 3, 5, 7, 6, 4, 8, 5.**

   1. **Completa la siguiente tabla de frecuencia para ordenar la información de Eugenia.**

Longitud	Frecuencia
2	1
3	1
4	4
5	6
6	3
7	3
8	2

   2. **Encuentra la moda de la longitud de las hojas.** Respuesta: 5
   3. **Encuentra la media de la longitud de las hojas.** Respuesta: 5.3
   4. **Encuentra la mediana de la longitud de las hojas.** Respuesta: 5
   5. **Encuentra el rango de la longitud de las hojas.** Respuesta: 6

Material de uso exclusivo
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Practico en casa

Indicaciones: Los estudiantes resolverán los ejercicios y el docente verificará las respuestas. En caso de que haya errores, razonarán juntos al respecto.

1. **Para los siguientes conjuntos de datos encuentra la media, la mediana, la moda y el rango.**

   A) 92, 63, 22, 80, 63, 71, 44, 35 Media: 58.75; mediana: 63; moda: 63; rango: 70

   B) 5, 28, 16, 32, 5, 16, 48, 29, 5, 3 Media: 18.7; mediana: 16; moda: 5; rango: 45

2. **De los siguientes conjuntos de datos, ¿cuál es el que tiene el menor rango?**

   A) 43, 77, 46, 10, 68, 74 (Rango: 67)

   B) 85, 27, 93, 37, 46, 71 (Rango: 66)

   C) 63, 62, 12, 76, 49, 91 (Rango: 79)

3. **Encuentra la moda de los siguientes conjuntos de datos.**

   A) 12, 8, 4, 8, 1, 8, 9, 11, 9, 10, 12, 8 Respuesta: 8

   B) 1, 7, 2, 4, 5, 9, 8, 3 Respuesta: conjunto amodal

   C) 2, 0, 3, 2, 1, 5, 4, 3, 2, 1, 4, 3 Respuesta: 2 y 3

4. **Juan y Martín entraron a una competencia que consiste en ver quién anota más canastas de basquetbol en un minuto. Cada participante disparó durante 5 minutos y sus resultados por minuto fueron los siguientes:**

   Juan: 27, 32, 33, 33, 26 (promedio: 30.2)

   Martín: 28, 27, 29, 34, 30 (promedio: 29.6)

   En promedio, ¿quién de los dos metió más canastas por minuto? Respuesta: Juan

5. **Las temperaturas en grados centígrados registradas en una ciudad durante 20 días de septiembre se enlistan a continuación:**

21	24	24	23	21	21	22	23	26	27
23	23	26	24	26	24	23	26	27	24

¿Cuál es la moda de las temperaturas? Respuesta: 24 °C

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021