Tema 3



Figuras (2D) y cuerpos (3D) geométricos

Figuras (2D) y cuerpos (3D) geométricos

Intención didáctica: Reconocer y clasificar figuras y cuerpos geométricos utilizando diferentes criterios.

Eje: Forma, espacio y medida

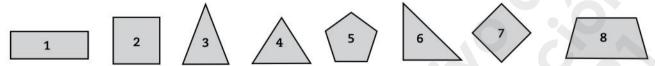
Aprendizaje esperado: Construye prismas rectos rectangulares a partir de su desarrollo plano.

Otros Aprendizajes esperados:

- Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos, a partir de comparar sus lados y su simetría.
- Construye y analiza figuras geométricas, en particular cuadriláteros, a partir de comparar sus lados, simetría, ángulos, paralelismo y perpendicularidad.

Orientaciones matemáticas generales

En los años anteriores se han estudiado formas geométricas enfocando el análisis en características geométricas como, por ejemplo, número, longitud de y relación entre sus **lados**, número de **vértices**, **ejes de simetría**, y en algunas ocasiones, en el número y amplitud de sus **ángulos**. Sin embargo, las figuras que acompañan a las actividades, en la mayoría de ocasiones, son las comunes y con posiciones prototípicas como las que se muestran a continuación:



Figuras como las anteriores pueden insinuar a los estudiantes que la manera en que se dibuja el cuadrado es como la Figura 2 y no la 7. Algunos podrían identificar la Figura 7 como un rombo pero no un cuadrado, y su justificación es por la posición en la que está. Tanto el rombo como el cuadrado comparten tres características comunes: 4 lados iguales, lados opuestos **paralelos** y ángulos opuestos iguales. Pero en un cuadrado sus ángulos siempre son rectos, mientras que un rombo puede (o no) tener ángulos rectos.

Un primer aspecto en el aprendizaje de la geometría es "ver" los elementos que componen a una figura o cuerpo geométrico, es decir, lograr reconocer las propiedades geométricas que las definen o, a partir de su descripción, identificar la(s) figura(s) o cuerpo(s) geométrico(s) de un grupo, compararlas y clasificarlas. Establecer y reconocer criterios en una clasificación es central en las matemáticas y en otras áreas. Es importante que los estudiantes expresen por qué es útil hacer clasificaciones y en qué nos fijamos cuando las hacemos, esto es, identificar en qué se parecen y en qué son diferentes. En el caso de las formas geométricas (figuras 2D y cuerpos 3D), los criterios pueden variar desde aquellos centrados en aspectos no geométricos (color, posición), en geométricos fácilmente identificables o más usuales (igualdad de lados o de ángulos, cóncavos y convexos, aunque no se usen estos términos) a relaciones más complejas (relaciones de **perpendicularidad** entre **diagonales**, número de ejes de simetría, etc.).

Otro aspecto importante es desarrollar habilidades espaciales que les permitan a los estudiantes interpretar las representaciones planas (o bidimensionales) de objetos tridimensionales. Para lograrlo es necesario usar materiales concretos que permitan explorar las diferentes vistas (frontal, superior, inferior, lateral), acompañados por algunas preguntas que ayudarán al proceso de reflexión ¿Cómo reconoces que una cara es un cuadrado o un rectángulo? ¿Cuál es la mejor vista para identificar todas las caras de objeto geométrico? ¿Cómo le haces para descubrir las caras, vértices y aristas que no se ven fácilmente?



Orientaciones didácticas generales

Desarrollar un sentido espacial y geométrico en los alumnos es valioso y útil para la resolución de problemas en matemáticas y otras disciplinas. En este primer tema el enfoque está en fomentar en los alumnos el reconocimiento y comunicación (corporal, verbal y por escrito) de relaciones espaciales y geométricas, haciendo uso de vocabulario y conocimientos geométricos previos. Por lo que se esperan avances respecto a que logren identificar qué cambia (geométricamente) en una forma cuando se efectúan ciertos movimientos (o transformaciones) como rotar, girar o trasladar de un lugar a otro. Además, se profundiza en identificar los objetos geométricos a partir de sus definiciones; estos conocimientos permitirán, a los estudiantes, ampliar las clasificaciones previas en las que ponían una figura en una categoría y solo una. Por ejemplo, podrán considerar que un triángulo equilátero también es isósceles y acutángulo pero no obtusángulo ni rectángulo, y tendrán elementos conceptuales para explicar qué características son las que soportan sus afirmaciones.

Una estrategia transversal en las tres sesiones es que los alumnos expresen lo que ven, usando expresiones como "Yo veo ... porque ..." De esta manera podría acercarse a las ideas de los estudiantes al resolver una actividad o problema propuesto. Promueva este tipo de comunicación tanto en el trabajo en equipo como en colectivo. Resultado de ello, los alumnos irán ganando confianza en expresar lo que observan y compartir sus ideas, logrando así tener un abanico más amplio de estrategias para resolver un problema (algunas efectivas y algunas otras, no).

Otra estrategia es transitar de representaciones más comunes a otras menos conocidas. Ésta es una manera para enriquecer el número de ejemplos de familias de figuras y cuerpos geométricos que permitirán identificar las características relevantes de aquellas que no lo son. Promueva acciones que les permitan a los alumnos mostrar ejemplos de figuras o cuerpos que cumplen con una característica así como no-ejemplos. Este tipo de contrastes es muy enriquecedor en la clase.



Estrategias: Pregúntale a la pregunta

Al resolver un problema o ejercicio es importante centrar la atención en cuál es la pregunta a responder para así determinar la(s) estrategia(s) adecuada(s) y más eficiente(s) para responder-la. Para apoyar a sus alumnos a desarrollar habilidades al respecto, puede proponer actividades como las siguientes:

- Replantear la pregunta usando sus propias palabras.
- Subrayar donde está la pregunta a resolver.
- Identificar cuántas respuestas debería incluir.
- Analizar la información (del enunciado), concepto, procedimiento útil para responderla.
- Asegurar que se respondió a la pregunta del problema.

A lo largo de las sesiones, hágales notar que si la pregunta se refiere al tipo de triángulo según sus ángulos, es necesario "comparar los tres ángulos, no solamente fijarse en uno". Habrá otras preguntas, para indagar por una medida, por ejemplo, ¿cuánto mide (o cuál es la medida) ... de un cuadrado? Pero hay que ser cuidadoso, de qué medida es la que se pregunta y qué concepto/procedimiento involucra. Es decir, si se indaga por el valor de la longitud de un lado, del perímetro o el área.

Otro tipo de pregunta puede involucrar dos (o más) números. Por ejemplo, ¿cuáles son las dimensiones de un rectángulo si su perímetro es ...? En este caso, deberá elegir dos números y no uno.

Puede trabajar únicamente con actividades que consistan en identificar la pregunta a responder y los conceptos/procedimientos/información útil para resolver el problema sin necesidad de resolverlo. Tener clara la pregunta es un paso esencial. Invite a los estudiantes a crear nuevas preguntas a los problemas, unas que sí puedan resolverse y otras que no.

- ¿Qué otra pregunta podrías responder con esta misma información?
- ¿Qué pregunta no podrías responder con esa información?

Sesión 1: Orientaciones matemáticas

En esta sesión se retoman conocimientos respecto a los **triángulos** y sus dos clasificaciones: por lados y por ángulos. Se profundiza en la idea que hay triángulos que pueden nombrarse según las relaciones entre sus lados y sus ángulos (respecto al ángulo recto), es decir, analizando estos dos elementos geométricos. Se pretende abordar una idea geométrica central vinculada con el significado y sentido de **definir**. En este caso, las figuras planas (bidimensionales, 2D) tienen características que las definen y usamos para describirlas y diferenciarlas de otras. Un tipo de figuras que se estudian en primaria son los **polígonos**.

Para resolver esta primera exploración es necesario centrarse en la relación de los lados del triángulo y de sus ángulos. Hay 4 tarjetas con un triángulo y en su interior un pentágono regular sobre una cuadrícula. En este caso, los triángulos tienen el mismo tono de gris, una primera descripción es que en la tarjeta D "hay un triángulo que se ve más pequeño". Pero eso es insuficiente, es necesario buscar relaciones geométricas. Los triángulos de las tarjetas A, C y D tienen la misma base y la misma altura, por lo que no es una característica que pueda distinguir solo a la tarjeta D.

Es importante notar que en la tarjeta A hay un triángulo escaleno-obtusángulo, es decir, un triángulo que sus lados tienen diferentes longitudes y uno de sus ángulos es mayor que un ángulo recto. El de la tarjeta B es un triángulo isósceles-no equilátero; el de la tarjeta D es un triángulo equilátero; mientras que la tarjeta C contiene un triángulo rectángulo y escaleno, esto es, sus lados son desiguales y tiene un ángulo recto. En la descripción, expresiones como "lados desiguales" se refiere a que la medida de las tres longitudes son diferentes.

En el desarrollo de la sesión es importante desarrollar habilidades y estrategias para reconocer relaciones de medida entre lados y entre ángulos. No interesa saber cuánto es ese valor numérico exacto sino comparar longitudes y amplitudes. Por ello, no se recomienda el uso de la regla graduada. Una manera de comparar si dos lados son iguales o no es apoyándose en la cuadrícula, un intermediario o con un compás. En el caso de los ángulos, en esta sesión, es suficiente compararlos con un ángulo recto (mide 90° grados), es decir, si son mayores (ángulo obtuso), menores (ángulo agudo) o iguales a éste. Para desarrollar la habilidad de visualización, pueden usarse herramientas sencillas como construir un círculo con un compás (una vuelta completa que equivale a 360° grados), dividirlo en cuartos y reconocer cuál representa un ángulo recto.

Polígono: Figura geométrica cerrada con lados rectos, ángulos y vértices. Los polígonos se nombran por el número de lados. **Triángulo:** Figura geométrica cerrada de tres lados rectos, tres vértices y tres ángulos (internos). O polígono de tres lados.



Sesión 1: Orientaciones didácticas

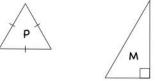
Materiales: En cartulina, foami o cualquier otro material traer ejemplos de triángulos para pegarlos en el pizarrón: un triángulo isósceles acutángulo, uno isósceles obtusángulo, uno isósceles rectángulo, un triángulo equilátero, uno escaleno obtusángulo, uno escaleno acutángulo, uno rectángulo escaleno. Por parejas: un compás, una regla y una escuadra. Trozos de cartulina o cartón de medidas específicas, por ejemplo, tres de 15 cm, dos de 10 cm y uno de 20 cm, todos con un orificio en cada extremo y trozos de hilo para unirlos.

Organice al grupo en parejas. Pídales que resuelvan el problema inicial y anoten sus observaciones e ideas en el recuadro que corresponde. Después de un par de minutos, organícelos en equipos de 4 estudiantes. Guíelos para que se enfoquen en aquellos elementos que permanecen iguales en todas las tarjetas y en los que cambian. Haga preguntas como: ¿Qué figuras hay en las tarjetas?, ¿Qué tienen en común? ¿En qué son diferentes?

Observe y escuche con atención las discusiones e ideas que se comparten en los equipos. Podrán aparecer algunos términos como triángulos isósceles, rectángulos en las descripciones. De no ser así, pregúnteles por los tipos de triángulos que conocen. Insista en que no solo le digan los nombres sino también sus características, pídales que dibujen ejemplos de esas clasificaciones en el pizarrón. Anote las ideas que escuche en los equipos aunque estén incorrectas. Lo importante en este momento de la clase es recuperar las ideas, nociones, errores y dificultades que tienen sus estudiantes. Si nota que los alumnos no pueden resolver el problema, puede darles el ejemplo de la descripción de tarjeta B "Hay un triángulo isósceles y en su interior un pentágono regular". Observe si este ejemplo les ayuda a percatarse de la estrategia de descomponer la figura triángulo en los elementos que los conforman: lados y ángulos.

Si nota dificultades para clasificar triángulos puede pedir que, en los equipos, realicen construcciones de ciertos tipos de triángulos usando el material concreto. Una actividad puede ser que usted les de la característica y ellos lo construyan o identifiquen de los que usted ha ubicado en el pizarrón. Por ejemplo, se sugiere que primero solo se les de un criterio (lados o ángulos) y después, dos criterios, lados y ángulos: "un triángulo isósceles no equilátero", "un isósceles rectángulo", también puede decir "equilátero rectángulo" una construcción imposible porque contradice la definición de polígono regular (igualdad entre ángulos e igualdad entre lados).

Otro aspecto en el que hay que enfocar la atención de los alumnos es en las convenciones que representan lados iguales, ángulos rectos o iguales. Por ejemplo, en el ejercicio 4 de "Más práctica", los triángulos T y M tienen un ángulo recto que se indica con un cuadrado. En la figura P todos los lados son iguales porque tienen la misma marca en los tres lados.

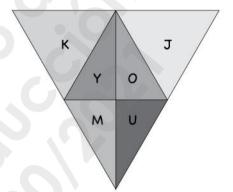


En la plenaria invite a los estudiantes a expresar lo aprendido, cómo pueden diferenciar si un ángulo es recto, agudo u obtuso, si dos lados son iguales o no, estrategias para resolver los problemas propuestos así como los logros y dificultades experimentados durante la sesión.

Sesión 1: Solucionario

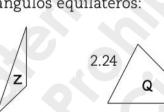
Un triángulo equilátero se descompuso en seis triángulos como se muestra en la figura. Cada uno tiene un color y letra diferente.

- 1. Analiza cada uno de los triángulos de colores, identifica todos aquellos que cumplen con la característica dada y escribe la letra que le corresponde.
 - U, M, O, Y A) Tiene un ángulo recto _____
 - B) Todos sus lados son de igual longitud ____
 - C) Todos sus lados son de diferente longitud U, M, O, Y
 - Ninguno D) Tiene un ángulo obtuso _____



- 2. Para cada tipo de los siguientes triángulos, encuentra dos o más triángulos de colores que lo formen al unirlos.
 - A) Triángulo rectángulo <u>U-O-J; M-Y-K</u>
 - B) Triángulo equilátero ______ U-M-J-O-Y-K
 - C) Triángulo isósceles ______ U-O; O-Y; M-U; M-Y; U-M-J-O-Y-K
 - D) Triángulo obtusángulo U-O; M-Y
- 3. En tu cuaderno, traza un triángulo. Indica con un color los vértices, con otro los ángulos y con otro, los lados. Muchas respuestas
- 4. Observa y analiza las siguientes figuras e indica con letra cuáles son:
 - A) Triángulos rectángulos: M, T
 - B) Triángulos isósceles: P, T, X, W
 - **C)** Triángulos escalenos: Z, Q, M **D)** Triángulos obtusángulos: Z, X

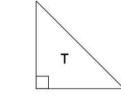
 - E) Triángulos equiláteros: P, W

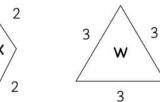




M







- En tu cuaderno, construye dos ejemplos diferentes de triángulos que cumplan con cada afirmación. Muchas respuestas, algunos ejemplos con las figuras anteriores:
 - A) isósceles-obtusángulo
- B) escaleno-rectángulo
- **C)** equilátero-acutángulo Cualquier equilátero

X

2.83