Tema 5

Desarrollos planos de cuerpos geométricos

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Desarrollos planos de cuerpos geométricos

Intención didáctica: Reconocer y clasificar figuras y cuerpos geométricos utilizando diferentes criterios.

Eje: Forma, espacio y medida

Aprendizaje esperado: Construye prismas rectos rectangulares a partir de su desarrollo plano.

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

Orientaciones matemáticas generales

Parte importante del trabajo geométrico consiste en desarrollar las habilidades de visualización, construcción y razonamiento espacial. Como ya se mencionó previamente, dichas habilidades se desarrollan paulatinamente y es importante involucrar a los alumnos, a imaginar objetos y a manipularlos mentalmente de manera paralela o incluso antes de llevar a cabo acciones sobre los objetos concretos. Ambos, el trabajo de visualización así como las acciones concretas, son importantes para establecer relaciones y propiedades geométricas que podrán ser luego articuladas de manera más formal a través del lenguaje.

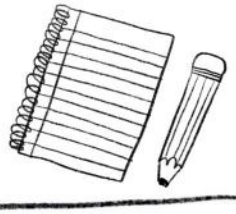
Actividades como construir, definir y visualizar cuerpos geométricos y sus propiedades son fundamentales. Por ejemplo, en un **cuerpo geométrico** se pueden identificar algunas caras y otras están ocultas, según la posición del observador. Por ello, el trabajo con **desarrollos planos** resulta ser una forma útil para visualizar los cuerpos geométricos e identificar propiedades.

Diferenciar y establecer relaciones entre figuras planas y cuerpos geométricos conlleva mayor complejidad que lo que podría implicar la confusión con los términos que se utilizan para nombrarlos (decir cuadrado en lugar de cubo, por ejemplo). Un caso es el concepto de **altura** y la manera en que se visualiza tanto para un cuerpo geométrico como en una figura (2D).

Desarrollar los conceptos de manera adecuada requiere de la construcción y de-construcción de cuerpos, así como del análisis y reflexión sobre sus características tanto armados como en su desarrollo plano. Conviene introducir numerosas actividades, incorporando objetos concretos tales como cajas y forros para las mismas, objetos transparentes y sólidos como cubos de plástico con los que se puedan realizar construcciones para después trabajar con representaciones en dos dimensiones (vista desde arriba, vista de lado, etcétera), popotes o palillos para la construcción de prismas (y contrastarlos con otros cuerpos como pirámides), papel o cartoncillo para construir y de-construir objetos mediante el recorte y plegado, así como tareas en las que se consideran las huellas que dejan los objetos al girarlos, rodarlos o arrastrarlos.

Las actividades con el material concreto conducirán, a la larga, a la construcción de conceptos, así como al trabajo con las transformaciones geométricas (por ejemplo rotar, reflejar, deslizar, etcétera).

Cabe destacar, finalmente, que el desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial es crucial no solamente para promover el pensamiento geométrico, sino también para fomentar y profundizar el sentido numérico. Ambos dominios deben considerarse de manera entrelazada, como áreas del conocimiento de igual importancia y que se enriquecen mutuamente.



Material de uso exclusivo
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020-2021

Orientaciones didácticas generales

El razonamiento espacial implica desarrollar habilidades para imaginar movimientos en la resolución de un problema, incluso antes de realizarlo con el material concreto. En este tema nos enfocamos en cuerpos geométricos (3D), sus relaciones y diferencias con figuras geométricas (2D). Si bien en este grado escolar el tema central son los prismas rectos, se usan las pirámides para hacer un contraste con otro tipo de cuerpo geométrico que puede resultarle muy familiar a los alumnos.

En las tres sesiones es importante retomar tanto en el desarrollo de las actividades como en la plenaria, los siguientes aspectos:

- Un mismo cuerpo geométrico puede armarse con diferentes desarrollos planos.
- Un desarrollo plano es un patrón (modelo) en el que se organizan las caras, con una estructura, para formar un cuerpo geométrico dado. Por lo tanto, debe coincidir tanto las formas como la cantidad de las caras. Además, no pueden haber caras sueltas ni superponersen.
- Hay algunas convenciones tanto en los desarrollos planos como en los cuerpos geométricos. Por ejemplo, las líneas punteadas, aunque con distinto significado. En los primeros indica que por allí se hacen los dobleces y en los cuerpos, representan aquellas aristas no visibles.
- Para aprender a caracterizar a los prismas rectos, los alumnos necesitan contrastarlos con otros tipos de prismas (por ejemplo, los oblicuos) y otros cuerpos (al menos, pirámides y conos). Estas comparaciones permiten identificar las características que definen a este tipo de cuerpo.

A lo largo de las tres sesiones, se esperan avances respecto a las habilidades de visualización para establecer relaciones entre un cuerpo geométrico y su(s) desarrollo(s) plano(s). Por lo que resulta relevante usar ejemplos y no ejemplos cuando se pretende ilustrar las características que determinan a cierto tipo de cuerpo geométrico o a sus correspondientes desarrollos planos. Tener la experiencia de relacionar, usando material concreto, el paso de lo bidimensional a lo tridimensional y viceversa resulta crucial para su comprensión. Aunque pareciera que es mucho tiempo, puede idear estrategias previas de material elaborado en casa para traerlo a la clase. Recuerde que será una inversión de tiempo para una comprensión conceptual y desarrollo de habilidades espaciales.

Es importante que los alumnos reconozcan que en el razonamiento espacial usamos expresiones no verbales como movimientos corporales para explicar qué doblar y cómo se iría formando el cuerpo geométrico y viceversa. Es una manera de expresar nuestras ideas, invítelos a usarlas para comunicar lo que están haciendo, o para reconstruir lo que hicieron.

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo Escolar 2020/2021

Estrategias: El buen uso del tiempo

Cuando los alumnos se enfrentan ciertos tipos de exámenes o pruebas, a diferencia de una actividad en clase o una tarea, tienen un tiempo determinado para finalizar, tampoco se pueden consultar notas, trabajar colectivamente para resolverlo o compartir las respuestas. Además, en una prueba local, estatal o federal; de fin de trimestre o ciclo escolar; de ingreso a la secundaria, preparatoria, universidad; o acceso a un trabajo, se involucran diferentes temáticas y tipos de problemas. En estas condiciones es necesario utilizar estrategias para hacer lo mejor posible y lograr mostrar lo que se sabe y se es capaz de hacer. Algunas actividades que puede implementar en sus clases son:

- Distribuir el tiempo disponible para resolver el examen o prueba en la cantidad de problemas/ejercicios a resolver.
- Promover que lleven un orden.
- Enseñarles a contabilizar tiempo. Por ejemplo, si sienten que pasan demasiado tiempo en un problema y no tienen muchas ideas de cómo resolverlo, o avanzaron pero no saben cómo continuar, promueva en ellos que es momento de dejar el problema pendiente y seguir con los demás. Hágales notar la importancia de colocar alguna marca para saber que está incompleto.
- Continuar resolviendo aquellos problemas o ejercicios que sabe hacer, le resultan más fáciles y en los que puede gastar menor tiempo.
- Al final, cuando haya terminado con todos los demás problemas y si tiene tiempo, hay que regresar a los problemas pendientes. Con una mirada nueva al mismo problema, seguramente podrán surgir ideas diferentes para resolverlo.

Al resolver problemas de diversos tipos se involucran diferentes ideas, conceptos, estrategias. Cuando se deja pendiente un problema y se avanza en los demás, es posible que en los enunciados o en el mismo proceso de resolución, surjan pistas, se hagan conexiones o se recuerden términos que antes no surgían. Esto es muy útil saberlo para resolver cualquier prueba.

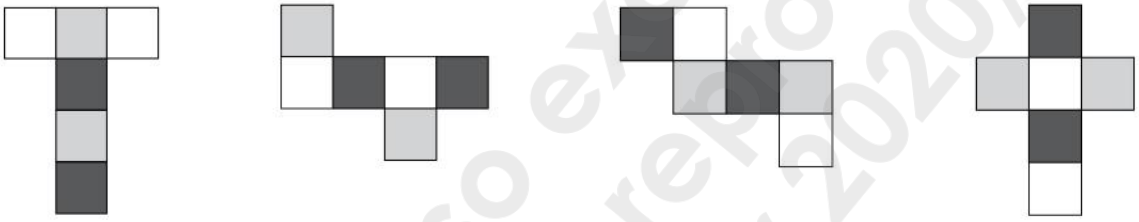
Una actividad de preparación para pruebas es que revisen todo el examen e identifiquen cuáles problemas saben cómo resolverlos y en cuáles no hay claridad. Empezar por los que saben hacer, saltando lo que no saben y regresando después. En contraste, propóngales otra actividad en la que vayan resolviendo uno por uno, sin saltarse. Después, reflexionen colectivamente en cuál de las dos actividades lograron resolver más problemas y se sintieron más cómodos y tranquilos.

Material de uso exclusivo. Prohibida su reproducción. Ciclo escolar 2020/2021

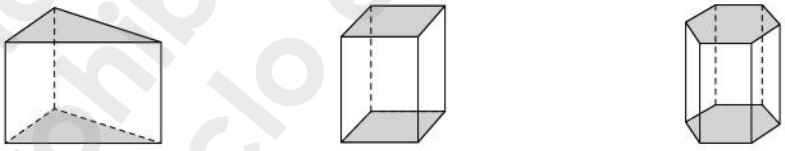
Sesión 1: Orientaciones matemáticas

En esta sesión se retoman algunos conocimientos abordados tanto en segundo de primaria para describir cuerpos geométricos como en la sesión 3 del Tema 3 "Figuras (2D) y cuerpos geométricos (3D)" de este material. Un aspecto central que se aborda es la relación entre prismas y sus desarrollos planos. Se avanza en el reconocer que un mismo cuerpo geométrico, en este caso, los **prismas rectos**, pueden ser armados con diferentes desarrollos planos. Sin embargo, el acomodo de los diferentes polígonos en ese patrón plano (o modelo) es importante para no superponer caras ni dejar huecos.

Para resolver esta primera exploración es necesario centrarse en la relación de las caras opuestas (paralelas) al momento de armar los cuatro diferentes desarrollos planos del cubo. En este caso, centre la atención en que todos los desarrollos tienen 6 caras y son cuadrados iguales. Las soluciones pueden variar, un ejemplo de solución son los siguientes. Otras soluciones pueden obtenerse al intercambiar los blancos por negros. Los únicos que quedan fijos son los cuadrados pintados de gris.

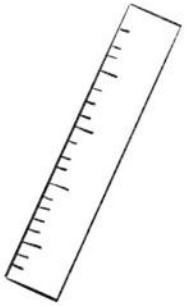


En el desarrollo de la sesión es importante involucrarse con la habilidad de imaginar, cómo quedarían ubicadas las caras opuestas usando otros prismas variando el polígono de la base: triángulos, cuadriláteros y polígonos tanto regulares como irregulares. En cada caso, se pueden estudiar relaciones entre caras de los prismas rectos (p.e., **paralelismo**, **perpendicularidad**, **congruencia**); analizar la relación entre las caras que conforman la base (paralelos y congruentes), las caras que son laterales (rectángulos congruentes), número de caras y relación con el polígono de la base.



Otro aspecto a analizar es cómo crear un nuevo desarrollo plano a partir de uno que ya se tiene. Además, de en qué lugares se podrían colocar las pestañas para pegarlos.

Poliedros: Cuerpo geométrico constituido únicamente por caras planas que son polígonos.
Desarrollo plano: Es un patrón plano que al doblarlo forma un cuerpo geométrico (3D).



Material de uso exclusivo en el ciclo escolar 2020/2021
Prohibida su reproducción

Sesión 1: Orientaciones didácticas

Materiales: Por equipos: Cajas o empaques con forma de prismas rectos (rectangular, triangular, pentagonal, hexagonal, incluyendo cubos), también otros objetos con formas de cilindros, pirámides, conos. Un cubo, 6 cuadrados (2 blancos, 2 negros y 2 grises), una hoja papel reciclado, otra de papel cuadriculado, tijeras, regla y cinta para pegar.

Organice al grupo en equipos de 4. Cada equipo debe tener un objeto con forma de cubo en la mesa. Pídales que hagan dos juegos de dos formas diferentes (es decir, dos triángulos y dos círculos). Ahora invítelos a colocar estas figuras en algunas caras del cubo según las siguientes instrucciones:

1) Coloquen el cubo sobre la mesa y peguen el círculo en la cara que toca la mesa. 2) Peguen el otro círculo en la cara que es opuesta a ésta. 3) Peguen el triángulo en una de las caras perpendiculares a la que contiene el cuadrado, y el otro triángulo debe quedar en su cara opuesta.

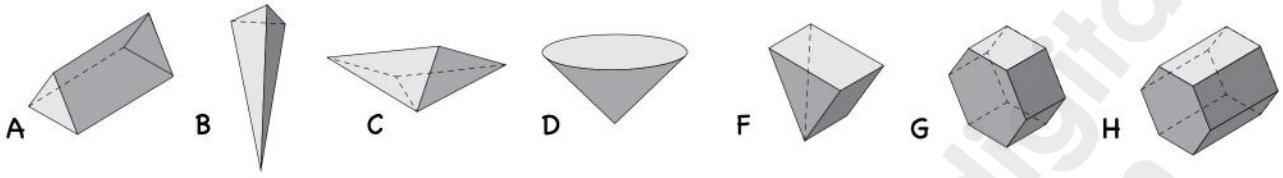
Es importante que los alumnos se familiaricen con el significado de caras paralelas, perpendiculares, opuestas, contiguas (que comparten una arista) y congruentes (misma forma y mismo tamaño, son exactamente iguales), y las relacionen con el tipo de prisma. En años anteriores, han establecido estas relaciones pero entre segmentos (1D), ahora lo ampliarán a figuras (2D).

Después, pídales que resuelvan la primera exploración. En este caso, el cubo está desarmado y al doblar cada desarrollo plano, se construye este cuerpo geométrico. En esta actividad, los alumnos necesitan imaginar cómo quedaría cada cara en relación con las demás, cuáles serían opuestas (no comparten aristas) y cuáles comparten aristas. Observe y escuche con atención las discusiones e ideas que se comparten al interior de los equipos. Puede sugerirles que en lugar de colorear coloquen las letras N, B, G para indicar los colores. Es posible que para algunos estudiantes sea necesario construir el desarrollo plano y armar el cubo, pero es importante que empiecen a desarrollar habilidades de visualización y el material concreto, se use para comprobar su conjetura. Aunque no estén seguros, insístales en proponer una respuesta para el primer desarrollo plano, justificando por qué organizarlas así. Resultará muy útil que cada alumno haga, en una hoja cuadriculada, uno de los cuatro desarrollos planos. Sugiera cuadrados de 3 cm x 3 cm (6 cuadritos x 6 cuadritos en una hoja cuadriculada) para que sea más fácil hacer los dobleces.

En los ejercicios de "Practícalo" indague por otras características de los prismas (número y forma de caras, vértices y aristas) contrastando en cuál representación es mejor visualizar cada una de esas características. Por ejemplo, la forma y cantidad de caras es más útil el desarrollo plano, pero el número de vértices o aristas, es más visible en el cuerpo ya formado. En la plenaria invite a los estudiantes a compartir cómo pueden reconocer el tipo de prisma por su desarrollo plano y viceversa. Además, indague cómo le hacen para imaginar el armado o desarmado de los cuerpos y por qué resulta útil desarrollar esta habilidad en la vida cotidiana. Hágales notar, que algunos desarrollos planos no permiten formar el cuerpo pedido, para fortalecer esta habilidad de visualización.

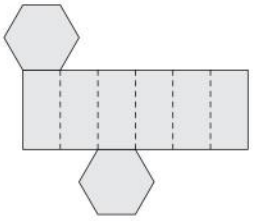
Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

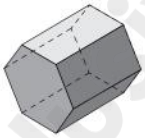
Sesión 1: Solucionario



1. ¿Cuál de los siguientes desarrollos planos es el que permite armar al prisma marcado con la letra H?

Opción B

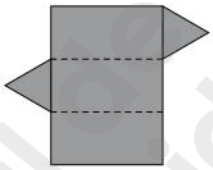




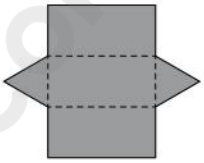
En este caso el alumno debe notar la forma de la base de este prisma, es decir, que es un hexágono y no un pentágono. Note que en los desarrollos planos hay una referencia que cambia y podría inducir una respuesta errónea, aunque en ambas hay rectángulos, la posición de estos es diferente, por lo que podría sugerir que elijan el primero.

2. ¿Cuál(es) de los siguientes desarrollos planos permite(n) armar el prisma triangular A?

Opción A y opción C



Opción A



Opción C

Un desarrollo que se puede descartar es en B porque no tiene triángulos. Además, si es un prisma y es triangular, debe tener dos pares de triángulos que son los que conforman la base y, al doblarse por las líneas punteadas deben quedar paralelos. Otra característica de los prismas (rectos) es que sus caras laterales son rectángulos. Por lo tanto, **queda descartada la opción D.**

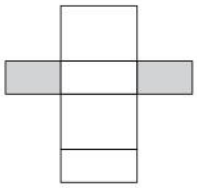
3. ¿Cuáles de los cuerpos geométricos anteriores tiene(n) cara(s) en forma de triángulo?

A, B, C, F ¿Cómo lo sabes? Una posible confusión de los alumnos es incluir al cono, letra D.

Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021

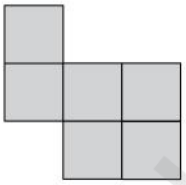
4. **Observa la siguiente caja con forma de prisma rectangular. ¿Cuál desarrollo plano se usó para formarla?** Opción B

B



5. **Hay un desarrollo plano que no forma un cubo, ¿cuál es?** Opción C **¿Por qué?** Dos caras se sobreponen.

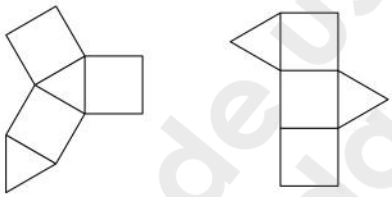
C



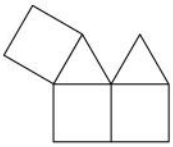
6. **En una hoja cuadriculada construye dos desarrollos planos de prismas triangulares, diferentes a los vistos en esta sesión. Uno que sí lo forme y otro que no.**

Pueden haber distintos desarrollos planos correctos e incorrectos. En este caso, los correctos deberán tener tres rectángulos y dos triángulos, acomodados de tal manera que al doblarlos no se superponga. Por ejemplo:

Correctos



Incorrectos



Material de uso exclusivo digital
Prohibida su reproducción
Ciclo escolar 2020/2021